

МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ТЕРМОДИФфуЗИОННЫХ ПОТОКОВ В ВЯЗКОЙ ЭЛЕКТРОПРОВОДЯЩЕЙ ЖИДКОСТИ¹

Аннотация.

Актуальность и цели. Исследование термоэлектрических явлений занимает важное место в физике конденсированного состояния, в том числе и благодаря широким перспективам использования данного рода явлений для создания преобразователей энергии. Представляет интерес также анализ перекрестных явлений переноса при действии трех термодинамических сил. Ранее были предсказаны, экспериментально обнаружены и детально исследованы перекрестные явления нового класса, протекающие в вязких электропроводящих средах при действии трех термодинамических сил, когда имеет место перенос массы (частиц), теплоты (наличие градиента температуры), и электрического заряда, названные термоэлектрокинетическими явлениями. Целью работы является построение математической модели термоэлектрокинетического эффекта в эксперименте с линейным источником тепла, движущимся вдоль покоящегося раствора электролита, в рамках феноменологической термодинамики необратимых процессов, проведение вычислительного эксперимента на основе модели и получение количественных оценок величины термоэлектрокинетической ЭДС.

Материалы и методы. В основу модели положены уравнения баланса тепла и вещества, которые в данном случае являются нелинейными и нестационарными дифференциальными уравнениями в частных производных. Предложен алгоритм расчета термоэлектрокинетической ЭДС построенной модели методом конечных разностей, который был реализован в пакете прикладной математики Scilab.

Результаты. В результате вычислительного эксперимента были получены временные зависимости пространственного распределения температуры и концентрации водного раствора хлористого водорода. Расчет воспроизводит главную качественную особенность температурного поля электролита – его асимметрию, которая является причиной возникновения разности концентрации ионов, формирующейся вдоль движущегося источника тепла. Приведена количественная оценка величины ЭДС, обусловленной сформированным градиентом концентрации, по формуле изотермической диффузии.

Выводы. Расчетная величина термоэлектрокинетической ЭДС хорошо согласуется с ранее полученными экспериментальными результатами, что служит доказательством адекватности предложенной математической модели, которая может быть использована в качестве теоретической основы для анализа подобного рода перекрестных явлений.

Ключевые слова: термоэлектричество, термодиффузия, перекрестные кинетические явления, моделирование неравновесных процессов.

¹ Работа выполнена в рамках госзадания Минобрнауки РФ, проект № 1107 «Исследование нового класса перекрестных эффектов, формирующихся при наличии трех термодинамических сил в разбавленных водных растворах многозарядных ионных соединений».

A. V. Sidorov, D. V. Kuznetsov, A. A. Zaytsev

MODELING OF NON-STATIONARY THERMODIFFUSION FLOWS IN VISCOUS ELECTROCONDUCTIVE LIQUID**Abstract.**

Background. The study of thermoelectric phenomena plays an important role in condensed-matter physics, also due to broad prospects of using such kinds of phenomena for creating energy converters. The analysis of crisscross phenomena of transfer under the action of three thermodynamic forces is also of interest. The crisscross phenomena of a new class were previously predicted, experimentally discovered, and studied in detail. They occur in viscous electroconductive environment under the action of three thermodynamic forces when there is a transfer of mass (of particles), heat (the presence of temperature gradient) and an electric charge, and are called thermoelectrokinetic phenomena. The aim of the paper is to construct a mathematical model of the thermoelectrokinetic effect during an experiment with a linear heat source moving along the stationary electrolyte solution within the framework of phenomenological thermodynamics of irreversible processes; to conduct a computing experiment on the basis of the model and to obtain quantitative evaluation of magnitude of thermoelectrokinetic EMF.

Materials and methods. The model is based on equations of balance of heat and matter, which in this case are nonlinear and non-stationary differential equations of partial derivatives. The authors suggested an algorithm of calculating thermoelectrokinetic EMF of the constructed model by the method of finite differences. It was implemented in the package of applied mathematics Scilab.

Results. Time dependences of the spatial distribution of temperature and of the concentration of aqueous solution of chlorine hydride were obtained as a result of the computational experiment. The calculation reproduces the main qualitative feature of the temperature field of the electrolyte - its asymmetry, which is the cause of the difference in the concentration of ions formed along the moving heat source. The authors quantitatively evaluated the EMF's magnitude that was stipulated by the generated concentration gradient and by the formula of isothermal diffusion.

Conclusions. The design quantity of the thermoelectrokinetic EMF agrees well with the previously obtained experimental results. It proves the validity of the proposed mathematical model which can be used as a theoretical basis for the analysis of such crisscross phenomena.

Key words: thermoelectricity, thermal diffusion, cross-kinetic phenomena, simulation of non-equilibrium processes

Введение

Как известно, в физике конденсированного состояния существенное место занимают исследования термоэлектрических явлений. Традиционно в термоэлектричестве используются среды с заранее созданной статической неоднородностью, характер которой сохраняется при пропускании электрического тока и наложении градиента температуры. Типичным примером являются кристаллы полупроводниковых термоэлектрических материалов, легированных донорными или акцепторными примесями для получения соответственно *n* и *p* ветвей термоэлементов [1]. В то же время находят свое место среди материалов для термоэлектрического преобразования энергии и водные или органические растворы электролитов, как, например, в термоэлектрохимических генераторах [2], в том числе и благодаря их довольно большому

значению коэффициента термоЭДС. Поэтому теоретические и экспериментальные исследования термоэлектрических свойств растворов электролитов являются актуальными и имеют высокую практическую значимость.

При этом хорошо исследованными в неравновесной термодинамике и физической кинетике являются перекрестные явления, обычно происходящие при действии двух термодинамических сил. В работах [3, 4] был впервые исследован эффект формирования термоэлектрокинетической ЭДС в вязких электропроводящих средах, в водных растворах ионных соединений, обусловленной переносом электрического заряда при наличии переноса массы (гидродинамического потока) и переноса внутренней энергии (наличии градиента температуры), т.е. при наличии трех термодинамических сил. В работе [5] для изучения данного эффекта была предложена новая экспериментальная установка. В данном варианте опыта макроскопический поток жидкости отсутствует, а термоэлектрокинетическая ЭДС формируется за счет переноса заряда в электропроводящей жидкости, находящейся в горизонтальной трубке, термодиффузионными потоками, созданными движущимся источником тепла. Была высказана гипотеза, что термоэлектрокинетическая ЭДС в этом случае обусловлена тем, что формируемое движущимся источником тепла тепловое поле в водных растворах электролитов служит разделителем ионов, в результате чего в областях электролита, находящихся перед движущимся источником тепла и после него, образуется градиент концентрации ионов, который и приводит к возникновению фиксируемой в эксперименте ЭДС.

1. Построение математической модели термоэлектрокинетического эффекта

Для проверки данной гипотезы построим математическую модель эффекта в рамках термодинамики необратимых процессов применительно к процессам неизотермической диффузии в водных растворах электролитов.

Поскольку температурный градиент создается в эксперименте источником тепла, то поставленная задача разбивается на две последовательные задачи – вычисление температурного поля электролита и вычисление нестационарного распределения концентрации. Первая задача может быть решена независимо, ввиду того, что температурное поле формируется движущимся источником тепла в покоящейся жидкости и влиянием таких явлений, как термоэффект, обусловленный давлением, и диффузионным термоэффектом можно пренебречь. Также вследствие горизонтального расположения трубки пренебрежем конвекцией. Тогда процесс формирования температурного поля в электролите может быть описан классическим уравнением теплопроводности. Учет того факта, что поперечные размеры трубки много меньше ее длины, сводит рассматриваемую задачу к одномерной [6]

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda_0 \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \omega(x, t). \quad (1)$$

Здесь λ_0 – коэффициент теплопроводности для однородного перемешивания; ρ – плотность жидкости; C_p – удельная теплоемкость при постоянном давлении; функция $\omega(x, t)$ описывает мощность источников и стоков тепла в единице объема.

Возникающие градиенты температуры по обе стороны от движущего нагревателя, в свою очередь, приводят к формированию термодиффузионных потоков, создающих нестационарное распределение концентрации электролита, для расчета которого воспользуемся уравнением баланса вещества

$$\frac{\partial c_k}{\partial t} = -\operatorname{div}(\vec{J}_k), \quad (2)$$

здесь c_k – объемная концентрация частиц вида k ; \vec{J}_k – вектор плотности потока этих частиц. Рассмотрим случай бинарного однозарядного электролита в пределе бесконечного разбавления. Перейдя в систему отсчета, связанную с неподвижным нейтральным растворителем, можно уменьшить количество независимых диффузионных потоков до одного [7], в качестве которого выберем поток электролита

$$\vec{J}_2^1 = -D(\operatorname{grad}(c_2) + c_2\alpha_T\operatorname{grad}(T) - sc_1c_2V_1\operatorname{grad}(T)), \quad (3)$$

здесь V_1 – парциальный молярный объем растворителя; c_1 – объемная молярная концентрация растворителя; c_2 – концентрация электролита; T – температура; s – коэффициент Соре, характеризующий термодиффузию в растворах электролитов; D – коэффициент диффузии; α_T – коэффициент теплового расширения.

Подставив поток (3) в соотношение (2) в одномерном случае, придем к уравнению, описывающему процесс переноса электролита в условиях эксперимента

$$\frac{\partial c_2}{\partial t} = D \left(\frac{\partial^2 c_2}{\partial x^2} - \frac{\partial c_2}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} (\alpha_T - sc_1V_1) - sc_1x_2 \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} (c_2\alpha_T - sc_1c_2V_1) \right). \quad (4)$$

В последнем выражении температура является решением уравнения (1) и представляет собой сложную нелинейную функцию пространственной координаты и времени, непредставимую в аналитическом виде вследствие того, что функция $\omega(x, t)$ описывает тепловую мощность движущегося источника тепла, который имеет конечные размеры. Таким образом, уравнения (1) и (4) образуют систему нелинейных, нестационарных уравнений в частных производных, которую невозможно решить аналитически. Поэтому построим численную схему для решения данной системы по методу конечных разностей [8].

Рассмотрим уравнение (1). Сформулируем краевые условия и условия обмена теплом с окружающей средой. Направим ось x вдоль трубки длиной L . Начало координат поместим на одном из торцов трубки. Будем считать, что теплообмен между боковой поверхностью трубки и окружающей средой происходит по закону Ньютона. Эту теплоотдачу учтем в самом дифференциальном уравнении в качестве отрицательного источника тепла [6]:

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = -\lambda_0 \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \omega' + \omega(x, t) \quad (t > 0; 0 < x < L), \quad (5)$$

где ω' – количество тепла, отдаваемого единицей объема трубки в единицу времени в окружающую среду. Обозначим радиус поперечного сечения трубки R , тогда для ω' можно записать [6]

$$\dot{\omega} = \alpha_1 [T(x,t) - T_C] \frac{2}{R}, \quad (6)$$

где α_1 – коэффициент теплообмена боковой поверхности трубки с окружающей средой температура, которой равна T_C .

Поскольку в ходе эксперимента температура концов трубки практически не меняется, используем краевые условия первого рода:

$$T(x,0) = T_C, \quad T(0,t) = T_C, \quad T(L,t) = T_C. \quad (7)$$

В области изменения независимых переменных x и t введем равномерную прямоугольную сетку. Шаг по оси x обозначим h , по оси t – τ . Обозначим через $T_{i,k}$ температуру жидкости в трубке в точке с координатой $x = ih$ в момент времени $t = k\tau$.

Заменим частные производные уравнения (5) в этой точке разностными аналогами [8]. Соотношение (6) перепишем в виде

$$\dot{\omega}_{i,k} = \alpha_1 (T_{i,k} - T_C) \frac{2}{R}, \quad (8)$$

краевые условия (7) в виде

$$T_{i,0} = T_C, \quad T_{0,k} = T_C, \quad T_{n,k} = T_C. \quad (9)$$

Мощность тепла движущегося источника, выделяемую в каждом узле на произвольном временном слое, определим следующим образом. Обозначим суммарную мощность нагревателя W . Пусть s_n – длина нагревателя. Считаем, что в начальный момент времени левая граница источника лежит точно на границе узла с номером n_1 , а правая граница – узла с номером n_2 . Количество узлов, которые лежат между левой и правой границами источника, обозначим m . Тогда можно считать, что на каждый узел приходится мощность W/m . Вычислим координату X_{wk} левой границы источника движущегося равномерно со скоростью v , для момента времени $t_k = k\tau$:

$$X_{wk} = X_{w0} + vt_k, \quad (10)$$

где X_{w0} – координата левой границы в начальный момент времени. Пусть x'_{i-1} и x'_i – узлы, между которыми находится левая граница источника в этот момент. Тогда тепловым источником охватываются узлы, лежащие между x'_i и x'_{i+m} , и во всех внутренних узлах, охватываемых источником, выделяется тепловая мощность W/m . Для этих узлов будет справедливо соотношение (5), в котором $\omega(x,t) = W/m$. В граничных узлах, охватываемых источником, будет выделяться теплота $\frac{W}{m} \cdot \frac{x'_i - X_{wk}}{h}$, $\frac{W}{m} \cdot \frac{X_{wk} - x'_{i+m}}{h}$ для левой и правой границы соответственно. Для остальных внутренних узлов справедливо соотношение (5), в котором отсутствует слагаемое $\omega(x,t)$.

Итак, выразим температуру внутренних узлов на следующем временном слое из уравнения (5) с учетом (8) и (9):

$$T_{i,k+1} = \frac{\tau \lambda_0}{\rho C_p h^2} (T_{i-1,k} - 2T_{i,k} + T_{i+1,k}) -$$

$$-\frac{2a_1\tau}{\rho C_p R}(T_{i,k} - T_C) + \frac{\omega_{i,k}\tau}{\rho C_p} + T_{i,k}, \quad (11)$$

где $\omega_{i,k}$ определяется с помощью следующего условия:

$$\omega_{i,k} = \begin{cases} \frac{W}{m}, & n_1 < i < n_2, \\ \frac{W}{m} \cdot \frac{x_i' - X_{wk}}{h}, \frac{W}{m} \cdot \frac{X_{wk} - x'_{i+m}}{h}, & i = n_1 \text{ или } i = n_2, \\ 0, & i < n_1 \text{ или } i > n_2. \end{cases} \quad (12)$$

Таким образом, можно рассчитать функцию $T(x, t)$ численно и подставить ее в уравнение (4). Заменяем в этом уравнении производные конечными разностями и с учетом краевых условий: $x_{2i,0} = x_2^0$ – в начальный момент времени концентрация распределена равномерно. Концентрация на концах трубки неизменна и равна начальной концентрации $x_{20,k} = x_{2n,k} = x_2^0$, что учитывает равенство температуры на концах трубки температуре окружающей среды в ходе эксперимента. В результате получаем выражение для концентрации электролита на следующем временном слое:

$$c_{2i,k+1} = \frac{D\tau}{h^2} \left((c_{2i+1,k} - 2c_{2i,k} + c_{2i-1,k}) + (c_{2i+1,k} - c_{2i,k})(T_{2i+1,k} - T_{2i,k}) \right) \times \\ \times (\alpha_T - sc_1V_1) + (T_{i+1,k} - 2T_{i,k} + T_{i-1,k})(c_2\alpha_T - sc_1c_2V_1) + c_{2i,k}. \quad (13)$$

Сформулируем алгоритм расчета пространственного распределения концентрации электролита в условиях термоэлектродиффузионного эффекта, наблюдаемого в эксперименте с движущимся источником тепла.

1. Вводим сетку в области изменения независимых переменных x и t с шагами h и τ соответственно.

2. Задаем начальную температуру каждого узла в начальный момент времени $T_{i,0}$ равной температуре окружающей среды T_c , а концентрацию электролита $x_{2i,0}$ – равной начальной концентрации. Задаем все параметры задачи, такие как мощность источника W , количество узлов, охватываемых нагревателем m , координату левой границы нагревателя в начальный момент времени, теплофизические параметры жидкости в трубке, параметры ее теплообмена с окружающей средой, коэффициенты диффузии и $Core$ электролита D, s .

3. Рассчитываем положение нагревателя (координаты и номера узлов, на которые приходится его левая и правая границы).

4. Определяем температуры в узлах сетки на следующем временном слое $T_{i,k}$, ($0 < i < n$) с помощью соотношения (11) с учетом (12) и граничных условий (9).

5. Рассчитываем концентрацию электролита в узлах $x_{2i,k}$ на данном временном слое с помощью (13) с учетом граничных условий, используя температуру в узлах $T_{i,k}$, вычисленную в п. 4.

6. Переходим к следующему временному слою и определяем новую концентрацию электролита в узлах сетки в соответствии с п. 3 и 5.

2. Вычислительный эксперимент с моделью, анализ результатов

На основе вышеизложенного алгоритма была составлена программа, рассчитывающая пространственные распределения температурного поля и концентрации электролита в среде Scilab.

Поскольку задача расчета температурного поля решается независимо, можно провести проверку получаемого численного решения в сравнении со случаями, допускающими аналитическое решение уравнения теплопроводности (5).

1. Область $0 < x < L$. Границы поддерживаются при нулевой температуре. Начальная температура постоянна. Аналитическое решение приведено в [9]. В расчетах использовались следующие параметры: $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$, $C_p = 4200 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{К)}$, $\lambda_0 = 0,55 \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}$, $\tau = 1 \text{ с}$, $h = 0,01 \text{ м}$, $T_0 = 350 \text{ К}$, $T_c = 293 \text{ К}$, $L = 1 \text{ м}$. Вплоть до 9000 с относительная погрешность численного расчета не превышает 0,02 %.

2. Мгновенный тепловой источник в тонком стержне. На поверхности стержня с площадью поперечного сечения S и периметром сечения p происходит теплообмен со средой нулевой температуры, коэффициент теплоотдачи которой равен α_1 . [9] Результаты расчета хорошо согласуются с аналитическим решением, максимальная погрешность не превышает 1,4 %

Таким образом, сравнение показывает, что численное решение уравнения (5) с высокой точностью совпадает с аналитическим в рассмотренных задачах, и построенный численный алгоритм может быть использован в дальнейших расчетах.

Также была проведена серия расчетов для случая движущегося источника для различных шагов по времени и по пространству, исходя из которых были выбраны оптимальные значения шагов $h = 1 \text{ см}$ и $\tau = 1 \text{ с}$. Длина нагревателя – 7 см, скорость – 0,1 мм/с, тепловая мощность – 0,16 Дж/(с·см³).

На рис. 1 показана временная эволюция температурного поля. Спустя время порядка 1000 с наступает стационарное состояние, температурные градиенты достигают постоянного значения. Характерной особенностью температурного поля в эксперименте является его асимметричность – различие в величине градиента температуры в области электролита, находящейся перед движущимся нагревателем – 2,7 К/см и в области за ним – 1,5 К/см. При этом температурный градиент в области раствора, находящейся после источника тепла, непостоянен и с течением времени уменьшается. Асимметричный характер температурных градиентов типичен для подобных экспериментов, как, например, на рис. 2, на котором изображено распределение температурного поля в опыте с движущимся источником тепла для водного раствора уксусной кислоты концентрацией 10 г/л, снятое с помощью бесконтактного инфракрасного термометра. Таким образом, полученное численное решение качественно хорошо согласуется с результатами эксперимента.

Вычислим распределение концентрации хлористого водорода с помощью данной схемы. Данные для расчета: коэффициент диффузии $D = 2,29 \cdot 10^{-9} \text{ м}^2/\text{с}$ [10], объемная концентрация $c_2 = 0,1 \text{ моль/л}$, данных для коэффициента $Core$ нет, однако ее величину можно оценить с помощью следующего соотношения, справедливого в пределе бесконечного разбавления:

$$Q^* = -vRT^2s, \quad (14)$$

где теплота переноса электролита Q^* в том же пределе аддитивно складывается из теплот переноса ионов $Q^* = Q_+ + Q_-$. Взяв для ионов водорода $Q_+ = 7000$ Дж/моль, а для ионов хлора $Q_- = 7630$ Дж/моль [11], получим для коэффициента *Sore* соляной кислоты $s = 0,02$ 1/К.

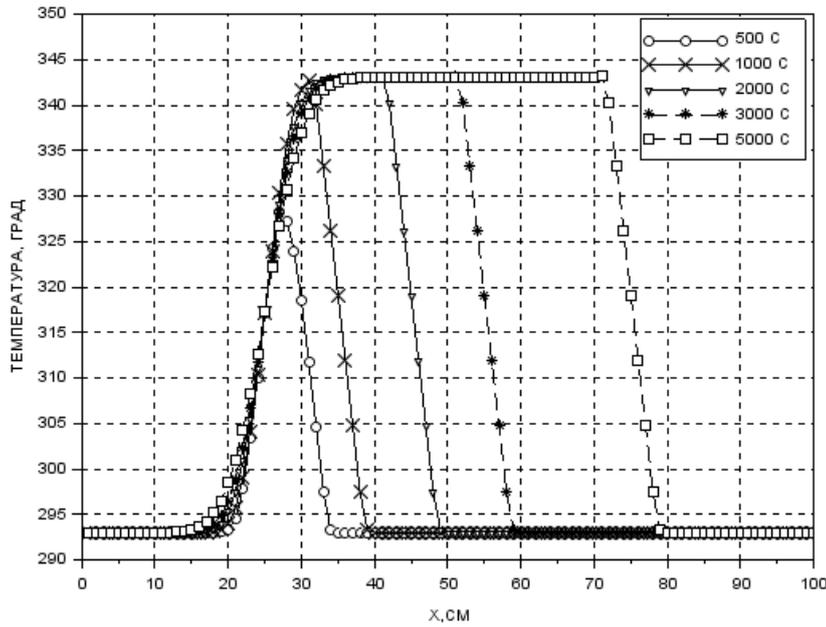


Рис. 1. Временная эволюция температурного поля

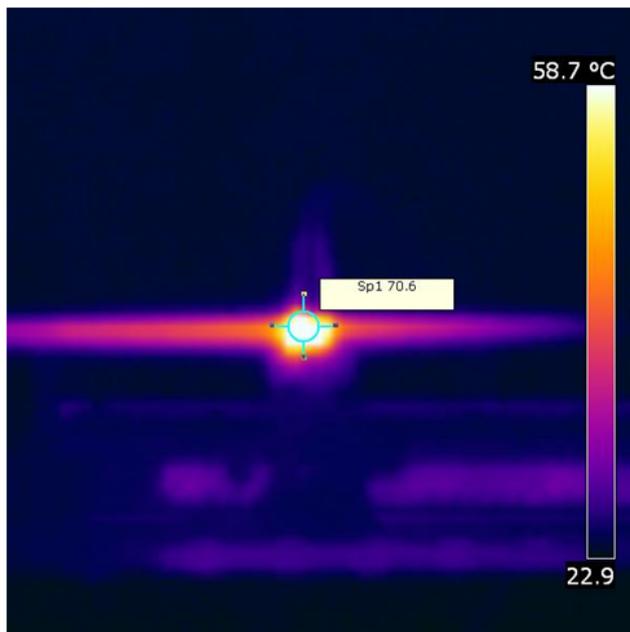


Рис. 2. Распределение теплового поля в горизонтальной трубке в ходе эксперимента (наблюдается асимметрия теплового поля)

Также учтем, что коэффициент $Соре$ ощутимо зависит от температуры. Так, для хлористого калия в интервале температур 295–318 К коэффициент $Соре$ увеличивается в 4 раза [12]. Поэтому полагаем, что в соотношении (13) коэффициент $Соре$ линейно зависит от температуры. Температура рассчитывается по вышеприведенному алгоритму.

На рис. 3 показана временная эволюция пространственного распределения концентрации электролита. Так же как и для температуры, стационарное состояние, в смысле постоянства профиля кривой концентрации, наступает приблизительно через 1000 с, однако в количественном смысле стационарное состояние не наступает и на 5000 с, максимальная разность концентраций продолжает увеличиваться.

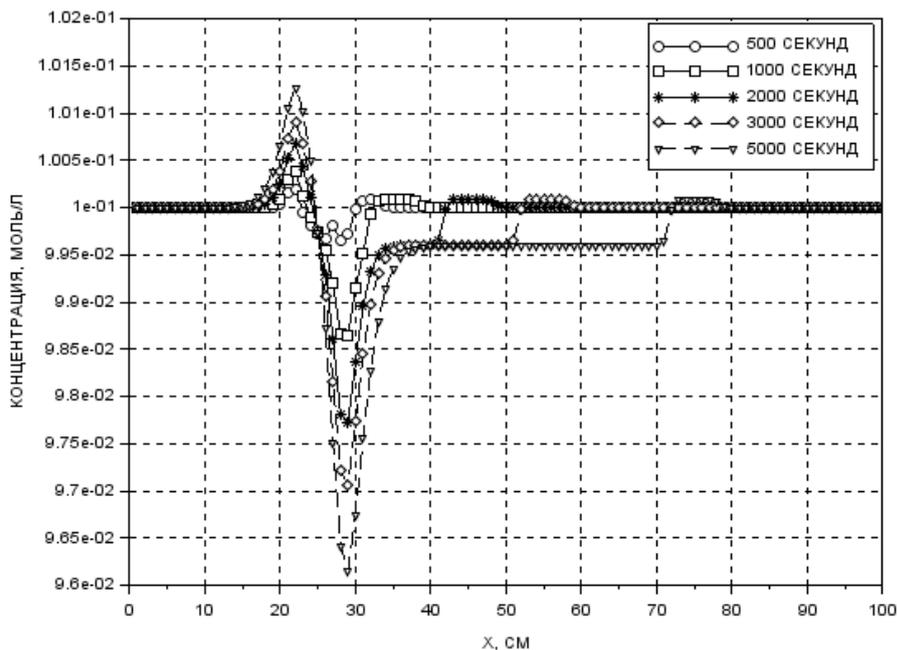


Рис. 3. Временная эволюция распределения концентрации, скорость нагревателя $u = 0,1$ мм/с

Также характерной особенностью данных кривых является формирование разности концентрации ионов электролита в областях раствора, находящихся перед движущимся нагревателем и за ним. В этом смысле движущийся нагреватель служит своеобразной селективной мембраной, разделяющей ионы по величине их подвижности.

В области раствора, находящейся после движущегося нагревателя, концентрация ионов электролита с течением времени увеличивается, в то время как перед ним формируется уединенное возмущение, которое в дальнейшем приобретает стационарную форму и движется перед нагревателем.

Максимум движущегося возмущения концентрации оказывается меньше, чем максимум концентрации, формирующийся за счет термодиффузии ионов электролита в направлении, противоположном движению нагревателя. Вследствие этого, как видно из графиков (рис. 3), в среднем концентрация ионов перед движущимся источником тепла оказывается меньше, чем за ним.

Разница концентрации электролита между данными максимумами для 5000 с составляет $\Delta c_2 = 0,0014$ моль/л. Оценим величину диффузионной разности потенциалов, которая возникнет для данной разности концентраций, с помощью следующего соотношения [13]:

$$E_D = \frac{RT}{zF}(t_+ - t_-) \ln \frac{a_2}{a_1}, \quad (15)$$

здесь F – постоянная Фарадея; z – заряд ионов; t_{\pm} – числа переноса ионов; $a_{2,1}$ – активности электролита, которые заменим на объемные концентрации для предела бесконечного разбавления. Тогда для величины ЭДС получим приблизительно 0,31 мВ, что хорошо согласуется со средней величиной термоэлектрокинетической ЭДС для исследованных водных растворов электролитов [5] и подтверждает высказанную гипотезу о природе возникающей термоэлектрокинетической ЭДС при наличии трех термодинамических сил.

Таким образом, предложенная модель подтверждает свою адекватность в сравнении с экспериментом и может служить теоретической основой при анализе подобного рода перекрестных явлений.

Список литературы

1. **Анатычук, Л. И.** Физика термоэлектричества / Л. И. Анатычук. – Черновцы : Институт термоэлектричества, 2008. – 388 с.
2. **Theodore, J. A.** Pringle High Seebeck coefficient redox ionic liquid electrolytes for thermal energy harvesting / J. A. Theodore, R. Douglas, J. M. MacFarlanea // *Energy Environ. Sci.* – 2013. – № 6. – P. 2639–2645.
3. Термоэлектрокинетический эффект в слабых водных растворах электролитов / В. М. Грабов, А. А. Зайцев, Д. В. Кузнецов, А. В. Сидоров, И. В. Новиков // *Вестник Московского государственного технического университета им. Н. Э. Баумана. Сер. Естественные науки.* – 2008. – № 3. – С. 112–123.
4. **Грабов, В. М.** Экспериментальное наблюдение термоэлектрокинетического эффекта в жидких электролитах / В. М. Грабов, А. А. Зайцев, Д. В. Кузнецов, И. А. Мартынов // *Необратимые процессы в природе и технике : материалы IV Всерос. конф. / МГТУ им. Н. Э. Баумана.* – М., 2007. – С. 65–69.
5. **Грабов, В. М.** Перекрестные явления переноса в вязкой электропроводящей среде в условиях, далеких от термодинамического равновесия / В. М. Грабов, А. А. Зайцев, Д. В. Кузнецов, Р. Е. Пронин // *Известия Российского государственного педагогического университета им. А. И. Герцена.* – 2013. – № 154. – С. 99–105.
6. **Лыков, А. В.** Теория теплопроводности / А. В. Лыков. – М. : Высшая школа, 1967. – 599 с.
7. **Haase, R.** Thermodynamics of Irreversible Processes / R. Haase. – London : Addison-Wesley, 1969. – 509 p.
8. **Калиткин, Н. Н.** Численные методы / Н. Н. Калиткин. – М. : Наука, 1978. – 512 с.
9. **Carlslaw, H. S.** Conduction of Heat in Solids / H. S. Carlslaw, J. C. Jaeger. – Oxford University Press, 1986. – 510 p.
10. Справочник по электрохимии / под ред. А. М. Сухотина. – Л. : Химия, 1981. – 488 с.
11. **Payton, A. D.** Paper Soret coefficients and heats of transport of some salts of alkaline earth metals in water at 25°C / Payton A. D., Turner J. C. R. // *Trans. Faraday Soc.* – 1962. – Vol. 58. – P. 55–59.
12. **Longsworth, L. G.** The Temperature Dependence of the Soret Coefficient of Aqueous Potassium Chloride / L. G. Longsworth // *J. Physic. Chem.* – 1957. – Vol. 61, № 11. – P. 1557–1562.

13. **Klaus, J.** Vetter Elektrochemische kinetik / J. Klaus. – Springer-Verlag Berlin-Göttingen-Heidelberg, 1961. – 698 s.

References

1. Anatyshuk L. I. *Fizika termoelektrichestva* [physics of thermoelectricity]. Chernovtsy: Institut termoelektrichestva, 2008, 388 p.
2. Theodore J. A., Douglas R., MacFarlane J. M. *Energy Environ. Sci.* 2013, no. 6, pp. 2639–2645.
3. Grabov V. M., Zaytsev A. A., Kuznetsov D. V., Sidorov A. V., Novikov I. V. *Vestnik Moskovskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta im. N. E. Baumana. Ser. Estestvennye nauki* [Bulletin of Bauman Moscow State Technical University. Series: Natural sciences]. 2008, no. 3, pp. 112–123.
4. Grabov V. M., Zaytsev A. A., Kuznetsov D. V., Martynov I. A. *Neobratimye protsessy v prirode i tekhnike : materialy IV Vseros. konf.* [Irreversible processes in nature and technology: proceedings of IV All-Russian conference]. Moscow, 2007, pp. 65–69.
5. Grabov V. M., Zaytsev A. A., Kuznetsov D. V., Pronin R. E. *Izvestiya Rossiyskogo gosudarstvennogo pedagogicheskogo universiteta im. A. I. Gertsena* [Proceedings of Russian State Pedagogical University named after A. I. Gertsen]. 2013, no. 154, pp. 99–105.
6. Lykov A. V. *Teoriya teploprovodnosti* [Theory of thermal conductivity]. Moscow: Vysshaya shkola, 1967, 599 p.
7. Haase R. *Thermodynamics of Irreversible Processes*. London: Addison-Wesley, 1969, 509 p.
8. Kalitkin N. N. *Chislennyye metody* [Numerical methods]. Moscow: Nauka, 1978, 512 p.
9. Carslaw H. S., Jaeger J. C. *Conduction of Heat in Solids*. Oxford University Press, 1986, 510 p.
10. *Spravochnik po elektrokhemii* [Electrochemistry reference book]. Ed. by A. M. Sukhotina. Leningrad: Khimiya, 1981, 488 p.
11. Payton A. D., Turner J. C. R. *Trans. Faraday Soc.* 1962, vol. 58, pp. 55–59.
12. Longworth L. G. *J. Physic. Chem.* 1957, vol. 61, no. 11, pp. 1557–1562.
13. Klaus J. *Vetter Elektrochemische kinetik* [Electrochemical kinetics]. Springer-Verlag Berlin-Göttingen-Heidelberg, 1961, 698 p.

Сидоров Александр Валентинович

кандидат физико-математических наук,
доцент, кафедра физики и методики
ее преподавания, Елецкий
государственный университет
имени И. А. Бунина (Россия, Липецкая
область, г. Елец, ул. Коммунаров, 28)

E-mail: dirnusr@mail.ru

Sidorov Aleksandr Valentinovich

Candidate of physical and mathematical
sciences, associate professor,
sub-department of physics and physics
teaching technique, Elets State University
named after I. A. Bunin (28 Kommunarov
street, Elets, Lipetsk region, Russia)

Кузнецов Денис Владимирович

кандидат физико-математических наук,
доцент, кафедра физики и методики
ее преподавания, Елецкий
государственный университет
имени И. А. Бунина (Россия, Липецкая
область, г. Елец, ул. Коммунаров, 28)

E-mail: kuznetcovdv007@mail.ru

Kuznetsov Denis Vladimirovich

Candidate of physical and mathematical
sciences, associate professor,
sub-department of physics and physics
teaching technique, Elets State University
named after I. A. Bunin (28 Kommunarov
street, Elets, Lipetsk region, Russia)

Зайцев Андрей Анатольевич

кандидат физико-математических наук,
доцент, кафедра радиоэлектроники
и компьютерной техники, Елецкий
государственный университет
имени И. А. Бунина (Россия,
Липецкая область, г. Елец,
ул. Коммунаров, 28)

E-mail: zaitsev@yelets.lipetsk.ru

Zaytsev Andrey Anatol'evich

Candidate of physical and mathematical
sciences, associate professor,
sub-department of radio electronics
and computer engineering, Elets State
University named after I. A. Bunin
(28 Kommunarov street, Elets,
Lipetsk region, Russia)

УДК 51.73, 538.93, 536.12

Сидоров, А. В.

**Моделирование нестационарных термодиффузионных потоков
в вязкой электропроводящей жидкости / А. В. Сидоров, Д. В. Кузнецов,
А. А. Зайцев // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион.
Физико-математические науки. – 2014. – № 4 (32). – С. 142–153.**